# QVADRATVRA CIRCULI, CVBATIO SPHÆRÆ, DVPLICATIO CVBI,

Una cum Responsione ad objectiones Geometriæ Professoris Saviliani Oxoniæ editas Anno 1669.

Authore THOMA HOBBES Malmesburiensi.


QUADRATURA CIRCULI
HOBBES,
1669

# QVADRATVRA CIRCULI, CVBATIO SPHÆRÆ, DVPLICATIO CVBI,

Una cum Responsione ad objectiones Geometriæ Professoris Saviliani Oxoniæ editas Anno 1669.

Authore THOMA HOBBES Malmesburiensi.

Ad Serenissimum Principem

# COSIMUM
## MAGNUM-PRINCIPEM
## ETRVRIÆ,

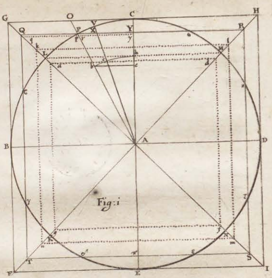
*Epistola Authoris Dedicatoria.*

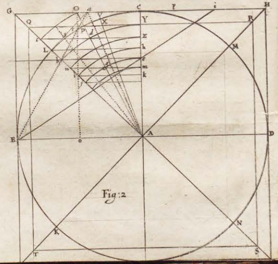
QUo tempore (MAGNE PRINCEPS) Celsitudo tua cum dignitate sua summa, & populi universi plausu Anglorum terram, Urbes, scientiarumque domicilia illustrabat; recentem à prælo opellam hanc Celsitudini tuæ (humanitatis suæ radiis etiam ad me penetrantibus excitatus) cupiebam dedicare; sed antequam id facerem, æmulorum meorum reprehensiones expectandas esse censui, certus nisi refellerent, non indignum fore quantocunque patrocinio hoc munusculum. Prodiit autem nuperrimè refutatio ex Academia Oxoniensi; typis Academicis, Authore, Geometriæ publico Professore; argumentis Arithmeticis. Illius ergo meisque collatis rationibus, quæ in Titulo operis pollicitus sum, confirmare debeo; & facio accuratè in libello hoc quem tibi nunc offero, brevem ut occupato; tibi ut certaminum hujusmodi incorrupto, nec imperito Judici. Scio Philosophiam seriam unicam esse (quæ versatur circa pacem & fortunas Civium) Principalem; cæteras nihil esse præter ludum. Ludimus enim otiosi, in Nominibus Grammatici, in Syllogismis Logici; in Sonis Musici; in Numeris Arithmetici; in motu Physici; in Figuris Geometræ, dum otium nostrum negotia tuentur Principum. Nec tamen nihil agere videmur nobismet ipsis. Prædia sunt Geometris Problemata, possidentque ea plerique quasi Iure Feudali ab antiquis Geometriæ Dominis Euclide, Archimede, aliisque per servitudinem & pertinaciam. Schola illis Prætorium est, ubi verum constituunt suo arbitrio. Iure occupationis Inventum novum non acquiritur, nimirum, quod quisque Ingenii sui proprium opus esse judicavit, si parum festinanti præripiat alter, Injuria est. Legem hanc, supercilio damnari, iniquam non patior. Ratio, si afferatur, vincat. Sed Lectori neque intellectum neque patientiam præstare debeo. Itaque provoco ad exteros, atque etiam ad posteros sub tuo (MAGNE PRINCEPS) nomine, cui quæ cupis omnia Deus comprobet, & quæ agis secundet.

Serenissimæ Celsitudinis tuæ

*Servorum humillimus*,

THOMAS HOBBES.






# QVADRATVRA CIRCVLI.

## PROP. I.

*Circulo dato Quadratum invenire æquale.*

SIt (in Figura prima) Circulus datus BCDE, cujus centrum A, diviſus quadrifariam à diametris BD, CE. Circulo huic circumſcribatur quadratum FGHT, quod tangit circulum in punctis B, C, D, E. Ducantur diagonales GI, HF ſecantes circulum in punctis K, L, M, N. Secetur ſemilatus CG bifariam in O, ducaturque AO ſecans circulum in P. Per punctum P ducatur recta QR parallela GH, ſecans AG, AH in Q & R, & AC in Y, compleaturque quadratum QRST. Dico quadratum QRST æquale eſſe Circulo BCDE dato.

Quoniam enim recta CG ſecta eſt bifariam in O, & triangulorum ACG, AYQ baſes CG, YQ ſunt parallelæ, etiam baſis YQ ſecta eſt bifariam in P, & proinde triangula AYP, APQ ſunt æqualia.

In arcu LC ſumatur arcus LV æqualis arcui CP, ducaturque AV, ſecans YP in X.

Jam APL † PQL † CYP = AVL = ACP (quia APL † PQL = AYP.) Nam ACV † AVP = ACP = AVL.

Quare APL † PQL † CYP = ACV † AVP.

Ablatis igitur utrinque æqualibus APL, ACV, reſtant PQL † CYP = AVP.

Quoniam ergo AVP Sector additus Sectoribus duobus ACV, APL facit integrum Sectorem, ACL; etiam duo trilinea PQL, CYP addita Sectoribus iiſdem ACV, APL facient quantitatem æqualem Sectori integro ACL.

Iam trilineum PQL additum Sectori ALP facit triangulum APQ. Et (quia ALP, ACV Sectores ſunt æquales; & triangula AYP, APQ æqualia) trilineum idem PQL additum Sectori ACV facit triangulum AYP.

Si ergo PQL, CYP ſunt æqualia, totum triangulum AYQ æquale erit Sectori integro ACL. Sin PQL ſit majus vel minus quam CYP, triangulum AYQ erit majus vel minus Sectore ACL. Aut ergo in triangulo ACG triangulum rectangulum, cujus vertex ſit A, æquale Sectori ACL ſumi nullum poteſt, aut PQL, CYP ſunt æqualia. Nam, ſi ACV, ALP, æqualibus addatur dimidium Sectoris vtrinque, fient duo triangula Sectori ACL æqualia. Itaque quantum trianguli alterius, erit intra circulum, tantum alterius erit extra. Quod fieri impoſſibile eſt præterquam in concurſu rectæ AO cum RQ, & CL, ad P. Alioqui enim aut triangulum aut quantitas AVP non dividetur bifariam.

### *Aliter, Directè.*

Sector ACP ſuperat Sectorem ACV quantitate AVP. Ergo ACP ſuperat triangulum AYP quantitate AVP — CYP. Superat autem quantitate ipſa CYP. Sunt ergo AVP — CYP & CYP æqualia.

Addito ergo utrinque CYP, erunt AVP & 2 CYP æqualia. Et quia AVP æqualis eſt ambobus ſpatiis PQL, & CYP, erunt PQL & CYP æqualia.

### *Aliter, Directè.*

Trilineo CVP ablato à Sectore AVP, reſtat triangulum AXP. Ergo trilineo toto CYP ablato ab eodem Sectore AVP, reſtabit triangulum AYP.

Ergo Sector ACP ſuperat triangulum AYP quantitate AVP — CYP. ſed AVP — CYP eſt æquale PQL.

Itaque Sector ACP ſuperat AYP quantitate PQL. Ergo CYP & PQL ſunt æqualia. Addito ergo vtrinque CYP, erunt AVP & 2 CYP æqualia. Et eſt ergo Sector AVP duplus trilinei CYP. Cum igitur idem AVP æqualis ſit ambobus trilineis PQL & CYP, erunt ipſa PQL & CYP inter ſe æqualia. Quorum alterum PQL totum prominet extra Sectorem ACL, alterum nempe CYP totum in eodem Sectore ACL eſt immerſum.

Quare triangula AYP, APQ ſimul ſumpta, id eſt octava pars totius quadrati QRST, æqualia ſunt duobus Sectoribus ACP, APL ſimul ſumptis, id eſt octavæ parti totius circuli BCDE dati; & totum quadratum QRST æquale circulo integro BCDE.

### *Aliter.*

Si triangulum rectangulum AYQ Sectori ACL æquale non ſit; ſupponatur triangulum aliud (primò) minus quam AYQ ſed ſimile, habens verticem in A; latus $aq$, & baſim $yq$, æquale eſſe Se-



ctori ACL. Baſis autem $yq$ ſecet arcum CL in $p$, & rectas AO, AG in $r$ & $q$.

Quoniam igitur triangulum A$yq$ æquale eſt (ut ſupponitur) Sectori ACL, erunt trilinea $q$L$p$, C$yp$ æqualia. Et quia ſupponitur $q$L$p$ dimidium eſſe Sectoris AVP erit ſector ACV una cum trilineo C$yp$ æquale Sectori ALP una cum trilineo $q$L$p$ idemque æquale triangulo A$qr$. Rurſus quia triangulum A$yq$ æquale eſt Sectori ACL, erunt trilinea $q$L$p$ & C$yp$ æqualia, & ambo ſimul æqualia Sectori AVP. Et proinde ACV + C$yp$ æquale dimidio Sectori ACL, id eſt triangulo A$yr$. Totum parti; quod eſt abſurdum. Similiter Sector ALP una cum trilineo $q$L$p$ æquale erit triangulo A$qr$ id eſt pars toti. Quod eſt abſurdum.

Si A$yq$ ſumeretur ſupra triangulum AYQ idem ſequeretur abſurdum. Eſt ergo triangulum ipſum AYQ æquale Sectori ACL. Id eſt octava pars quadrati QRST, duobus Sectoribus ACP, APL ſimul ſumptis, id eſt octavæ parti totius circuli BCDE dati; & totum quadratum QRST æquale circulo integro BCDE.

Inventum eſt ergo Circulo dato Quadratum æquale.

*Cor.* Si Centro A ſemidiametro A$b$, quæ ſit media proportionalis inter latus AC & ipſius dimidium, deſcribatur arcus circuli ſecans AO in $b$ & AV in $c$, & AC in $h$, erit tum Sectorculus A$bc$, tum quadrilineum VP$bc$, æquale trilineo CYP. Præterea, ſi à puncto $b$ ad latus AC ducatur perpendicularis $be$, erit trilineum $hbe$ dimidium trilinei CYP.

*Coroll.* 2. Sequitur etiam, Exceſſum quadrati ABGC ſupra quadrantem ABC eſſe ad exceſſum quadrantis ejuſdem ſupra dimidium quadrati ABGC ut 2 ad 3.

Ducta enim à puncto L ad latus AC perpendiculari L$h$, erit triangulum AL$h$ dimidium trianguli AGC.

Jam triangulum AGC ad triangulum AYQ eſt ut 5 ad 4.

Ergo trapezium CYQG eſt 1, quorum triangulum AGC eſt 5, & triangulum AYQ, 4, & triangulum AL$h$ $1\frac{1}{2}$. Et quia triangulum AYQ Sectori ACL eſt æquale, triangulum AGC eſt 5, quorum Sector ACL eſt 4.

Ergo trilineum CLG eſt unum, quorum Sector ACL eſt 4; idemque trilineum CLG æquale eſt trapezio CYQG.

Quoniam ergo triangulum AL$h$ eſt $1\frac{1}{2}$, quorum trilineum CLG eſt 1, & trilineum CLBG (ipſius CLG duplum) 2 (qui eſt Exceſſus quadrati ABGC ſupra quadrantem ABC) & trilineum CL$h$ duplicatum (nempe exceſſus quadrantis ABC ſupra AL$h$ duplicatum) erit 3, quorum trilineum CLBG eſt 2. Eſt ergo exceſſus quadrati ABGC ſupra quadrantem ad ex-

exceſſum quadrantis ſupra dimidium quadrati ABGC, ut 2 ad 3. Quod erat demonſtrandum.

# CVBATIO SPHÆRÆ.

## PROP. II.

*Sphæræ cujus diameter eſt CE æqualem invenire Cubum.*

SI enim (ſuppoſito quod planum quadrati FGHI ſit in Horizonte) erigantur in punctis C, Y, P, Q, L, $\beta$, B, $\gamma$, T, K, $\delta$, E, $\pi$, $\varepsilon$, S, N, $\zeta$, D, $\eta$, R, M, $\theta$, perpendiculares altitudine quanta eſt recta AC ſupra Horizontem; planum ductum per illarum terminos erit quadrato FGHI parallelum; & diſtinctum partibus iiſdem quibus diſtinguitur quadratum ipſum FGHI in dictis punctis. Atque idem continget ſi eædem perpendiculares productæ ſint ad eandem altitudinem AC infra Horizontem.

Similiter ſi in punctis Q, P, $\vartheta$, R, $\eta$, $\zeta$, S, $\varepsilon$, $\delta$, T, $\gamma$, $\beta$, in altitudine AY erigantur perpendiculares ſupra Horizontem, planum ductum per illarum terminos erit quadrato QRST parallelum. Atque idem continget etiam infra Horizontem, eruntque facti duo Cubi quorum latera ſunt GH & QR. Super centrum A conſtituatur quadratum $adfg$ æquale duabus tertiis totius quadrati GHIF. Quoniam ergo quadratum QRST æquale eſt circulo BCDE; ſi ad puncta Q, R, S, T, erigantur rectæ perpendiculares quarum unaquæque æqualis ſit diametro CE, fiet ſolidum rectangulum æquale Cylindro conſtituto in eadem altitudine CE.

Hujus Cylindri duæ tertiæ æquales ſunt (per Archimedem) Sphæræ à diametro CE; nempe Parallelipipedum rectangulum cujus altitudo eſt $ag$, & duæ dimenſiones reliquæ ſunt TR & QR, æquale erit ſphæræ. Inter latus TQ, & altitudinem $ag$ ſumatur media proportionalis $kn$, compleaturque quadratum $klmn$. Quoniam ergo latera TQ, $kn$, $ag$ ſunt continuè proportionalia, erit quadratum $klmn$ æquale rectangulo ſub TQ, $ag$. Quare quadratum $klmn$ ductum in ſuum latus $kn$ æquale erit ſolido ſub TQ, $kn$, $ag$. Quoniam ergo ratio quadrati $akn$ ad quadratum ab $ag$ duplicatæ eſt rationis quam habet altitudo $kn$ ad $ag$, & altitudo TQ ad altitudinem $ag$ duplicatam habet rationem ejus quam habet altitudo TQ ad altitudinem $kn$, erunt baſes ſolidorum ſub TQ, $kn$, $ag$ & altitudines corundem ſolidorum reciprocæ. Quare (per Eucl. El. 11.





prop. 34) cubus à $kn$, & ſolidum ſub TQ & quadrato ab $ag$ ſunt æqualia. Sed ſolidum ſub TQ & quadrato ab $ag$ æquale eſt ſphæræ cujus diameter eſt CE. Quare Cubus à $kn$ æqualis eſt Sphæræ eidem. Inventus ergo eſt Cubus Sphæræ æqualis.

## PROP. III.

*Invenire rectam æqualem arcui CL.*

REpetatur in Fig. 2ª pars Figuræ primæ, in qua quadratum QRST æquale eſt circulo BCDE. Centro A, intervallo AY deſcribatur arcus circuli ſecans AO in $d$, & AG in $b$; & per punctum $d$ ducatur recta Z$c$ parallela GC ſecans AC in Z, & AG in $c$.

Dico rectam Z$c$ æqualem eſſe arcui CL.

Nam CG, YQ, Z$c$ ſunt continuè proportionales. Et (per Archimedem de Dimenſione Circuli) triangulum rectangulum cujus latus unum circa angulum rectum æquale eſt perimetro circuli, & latus alterum æquale ſemidiametro, æquale eſt totius circuli areæ.

Ergo rectangulum ſub ſemiperimetro & radio æquale eſt areæ ejuſdem circuli.

Ergo rectangulum ſub parte quarta perimetri & radio æquale eſt areæ ſemicirculi BCD.

Ergo rectangulum ſub octava parte perimetri & radio, id eſt rectangulum ſub AC & arcu CL, æquale eſt areæ quadrantis ACB.

Ergo quadratum à media proportionali inter AC & arcum CL æquale eſt areæ quadrantis ejuſdem ACB.

Sed quadratum ab YQ æquale eſt areæ quadrantis ACB.

Ergo YQ eſt media proportionalis inter AC vel CG, & arcum CL.

Sed YQ eſt media proportionalis inter CG & Z$c$.

Ergo Z$c$ æqualis eſt arcui CL ſive octavæ parti totius perimetri BCDE, id eſt ſemiſſi arcus CB.

## PROP. IV.

*Si in latere CG producto ſumatur G i dupla rectæ Z c, jungaturque B i ſecans AC in e; erit arcus quadrantis deſcripti radio A e æqualis lateri GC.*

CVm enim recta Z$c$ æqualis ſit arcui CL, erit recta G$i$ æqualis arcui BC. Sunt autem triangula BG$i$, BA$e$ ſimilia. Quare ut G$i$ ad BG, ita BA (id est BG) ad Ae. Sed Gi æqualis est arcui quadrantis descripti radio BG. Quare latus BG æquale est arcui quadrantis descripti radio Ae.

Sequitur hinc arcum ef secantem AG in f, & AO in g æqualem esse semissi lateris AC, & esse ad rectam Zc ut radius ad quadrantem suæ perimetri.

## PROP. V.

*A puncto L ducatur recta Lh parallela lateri GC secans AC in h; & eb parallela eidem lateri GC, secans AG in b, & AC in e. Dico jam tres rectas Zc, hL, eb sive AZ, Ah, Ae esse continuè proportionales.*

CVm enim Gi, AC, eb sint continuè proportionales, item AG, AC, hL continuè proportionales, & AC utrobique media, erit ut Gi ad AG ita reciproce hL ad eb. Quare ut Gi ad AG (id est Zc semissis ipsius Gi ad hL semissem ipsius AG) ita hL ad eb.

Sunt ergo Zc, hL, eb sive AZ, Ah, Ae continue proportionales.

Constat hinc rectam AQ æqualem esse duplæ eb.

Constat præterea arcum Zn ductum à radio AZ & terminatum in AG, & rectam Lh secare rectum AO in uno & eodem puncto; alioqui non essent Zc, hL, eb continue proportionales.

## PROP. VI.

*Vt latus CG vel AC, ad Zc sive AZ, ita est Ae ad semissem lateris CG vel AC.*

SEcetur enim AC bifariam in k, ducaturque kl parallela CG secans AG in l. Quoniam ostensum est Gi, CG, Ae esse continue proportionales, erit ut GC ad semissem Gi, ita Ae ad semissem lateris CG, id est ut AC vel CG ad Zc vel AZ, ita Ae vel eb ad Ak vel kl.

PROP.



## PROP. VII.

*Quadratum ab AZ vel Zc æquale est decem quadratis à quarta parte lateris AC.*

QVadratum enim ab AO æquale est quinque quadratis à semi-radio CO, id est viginti quadratis à quarta parte AC. Sed AO, Ac sunt æquales. Quare quadratum ab Ac æquale est viginti quadratis à quarta parte AC. Sed quadratum ab Ac duplum est quadrati ab AZ vel Zc. Ergo quadratum ab AZ vel Zc æquale est decem quadratis à quarta parte lateris AC.

*Coroll.* Quadratum à Gi quadruplum est quadrati ab AZ, & proinde quadratum à Gi æquale est 40 quadratis à quarta parte lateris AC.

## PROP. VIII.

*Viginti quinque quadrata à quinta parte arcus BC vel rectæ Gi æqualia sunt decem quadratis à semi-radio CO.*

NAm viginti quinque quadrata a quinta parte arcus BC æqualia sunt quadrato ab ipso arcu BC sive à recta Gi, id est (per præcedentem) decem quadratis à semi-radio CO; vel (quod idem est) 40 quadratis à quarta parte lateris AC.

### Corollarium.

1. Decem quadrata à quinta parte arcus BC sunt æqualia quatuor quadratis à semi-radio CO, id est ipsi quadrato ab AC; quia est ut 25 ad 10 ita 10 ad 4.

2. Item quadratum à duabus quintis arcus BC æquale est quadrato ab Ae, quia est ut 25 ad 10, ita 10 ad 4, & sunt arcus BC, radius AC, & recta Ae, continue proportionales.

3. Item arcus quadrantis descripti à Gi ut semi-diametro æqualis est quintuplo semi-radio CO.

Quadratum enim ab AC ad quadratum ab arcu BC est ut 4 ad 10, ratio autem 4 ad 10 semissis est sive subduplicata rationis 4 ad 25, quare arcus

arcus deſcriptus à G*i* erit latus quadrati quod eſt æquale viginti quinque quadratis à ſemiradio CO, quia quadratum ab AC, & quadratum à G*i*, & quadratum à quintupla CO ſunt continue proportionalia.

4. Item quintupla CO, recta G*i*, recta CG, recta A*e*, & $\frac{2}{5}$ radii AC ſunt continue proportionales.

Quorum enim G*i* poteſt 25, eorundem AC poteſt 10. Quorum ergo AC poteſt 25, eorundem A*e* poteſt 10. Eſt ergo A*e*, media proportionalis inter AC & duas quintas ejuſdem.

Ergo quintupla CO, recta G*i*, &c.

5. Eadem A*e* æqualis eſt duabus quintis arcus BC. Nam quadrata à G*i*, AC, A*e*, ſunt ut $\frac{25}{25}$, $\frac{10}{25}$ & $\frac{4}{25}$. Quare latus A*e* eſt $\frac{2}{5}$ arcus BC.

Notandum quod rectæ G*i*, Ac, A*e* dupliciter æſtimantur, uno modo per partes arcus BC, alio per partes radii AC.

## P R O P. IX.

*Si à puncto* n *ducatur recta* nm *parallela CG ſecans AC in* m; *Dico ſeptem rectas AC, AY, AZ, A* h, *A* e, *Am, Ak, eſſe continuè proportionales.*

CVm enim AC, AY, AZ ſint continue proportionales per conſtructionem; oſtenſumque ſit AZ, A*h*, A*e* eſſe continue proportionales; poſitis ordine quantitatibus AC, AY, AZ, A*h*, A*e*, ratio AC ad A*e* erit (per Eucl. 14. 28.) duplicata rationis AY ad A*h*. Sed ratio AY ad AZ ſubduplicata eſt rationis AC ad AZ. Quare ratio AY ad AZ eadem eſt cum ratione AZ ad A*h* vel A*h* ad A*e*. Sunt ergo AC, AY, AZ, A*h*, A*e* continuè proportionales. Rurſus, quia AC, A*h*, A*k* ſunt continue proportionales (nam A*h* æqualis eſt dimidiæ diagonali AG) & AZ, A*h*, A*e* ſunt oſtenſæ continuè proportionales; erit ut AC ad AZ, ita reciproce A*e* ad A*k*.

Quia denique tres rectæ A*b*, A*n*, A*l* ſunt æquales tribus AY, AZ, A*h* continue proportionalibus, etiam ipſæ ſunt continue proportionales.

Sunt ergo ſeptem rectæ AC, AY, AZ, A*h*, A*e*, A*m*, A*k* continue proportionales.

Propoſitio hæc ſine alia demonſtratione, perſpicua eſt ab ipſo Diagrammatis intuitu. Impoſſibile enim eſt, ut ſeptem rectæ continue pro-

por-



portionales ſint in ratione CG ad QY, niſi arcus ab antecedente deſcriptus, & recta proxime conſequens ſe mutuo ſecent in recta AO; ut quemadmodum arcus ab AC ſecat YQ in P, ita arcus ab AY ſecet Z*c* in *d*.

## P R O P. IX.

*Calculus numericus quadratorum à ſeptem antedictis rectis AC; AY, AZ, &c.*

MAnifeſtum eſt (per Eucl. 1. 47.) quod quadratum ab AO ad quadratum ab AC vel AP. eſt ut 5 ad 4, quia GC æqualis AC ſecta eſt bifariam in O; & eſt ut AO ad AC vel AP, ita AP ad AY vel YQ.

Rurſus, quia YQ parallela GC ſecta eſt bifariam in P, quadratum ab AY vel YQ eſt ad quadratum à Z*c* ut 5 ad 4; quia GC, Z*c* ſunt parallelæ, & recta AO ſecat arcum Y*b* ad *d*, & dividitur Z*c* bifariam in *d*.

Item quadratum à Z*c* (quod eſt 10 quorum AC quadratum eſt 16) eſt ad quadratum ab *h*L, (quod eſt octo, quorum AC quadratum eſt 16) ut 10 ad 8, id eſt ut 5 ad 4.

Item, quoniam quadratum ab AC oſtenſum eſt æquale 10 quadratis à quinta parte arcus BC, dimidium ejus, hoc eſt quadratum ab *h*L æquale eſt quinque quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Sed oſtenſum eſt rectam *eb* vel A*e* æquale eſſe duabus quintis arcus BC, & proinde quadratum ejus æquale eſſe quatuor quadratis à quinta parte arcus BC.

Eſt ergo quadratum ab *h*L, ſive A*h* ad quadratum ab *eb* ſive A*e* ut 5 ad 4.

Poſtremò, cum quadrata ab AC, AZ, A*e*, ſint continue proportionalia in ratione 16 ad 10, ſive 10 ad $6\frac{1}{4}$, erit quadratum ab A*e* $6\frac{1}{4}$ eorum quorum quadratum ab A*m* ſunt quinque (nam A*m* eſt ſemiſſis rectæ AO) & quadratum ab A*k* 4. Sed $6\frac{1}{4}$. 5. 4. ſunt continue proportionales in ratione 5 ad 4. Nam multiplicatis omnibus per 4 fiunt (ratione non mutata) 25, 20, 16, quæ ſunt in continua ratione 5 ad 4.

Etiam (intermiſſis quadratis alternis) quia quadratum ab A*e* eſt $\frac{10}{25}$ quadrati ab arcu BC, & quadratum ab AZ eſt $\frac{10}{16}$ quadrati ab AC, erit quadratum ab AC, ad quadratum ab AZ, ut 25 ad 16, id eſt,

H 3 in

in duplicata ratione 5 ad 4. Deinde quia A Z eſt æqualis ſemiſſi arcus BC, quadratum ejus erit quarta pars quadrati ab arcu BC, id eſt, quorum quadratum ab arcu BC eſt 25, eorum quadratum ab AZ eſt $6\frac{1}{4}$. Quia autem quadratum ab AC eſt $\frac{10}{25}$ ejuſdem quadrati ab arcu BC, quadratum ab *h*L erit $\frac{5}{25}$. Sed quadratum ab *e b* eſt $\frac{4}{25}$. Eſt ergo rurſus quadratum ab AZ ad quadratum ab *eb* ſive A*e* in duplicata ratione 5 ad 4. Nam $6\frac{1}{4}$. 5. 4. ſunt continue proportionales.

Quare calculus Arithmeticus demonſtrationi Geometricæ proxime præcedenti non repugnat.

Eſt autem calculus alius Arithmeticus, etiam verus, qui repugnat; demonſtrationem tamen non deſtruit. Procedit autem calculus quem dico per Regulam auream.

Exempli cauſa, oſtenſum eſt quadratum à CG æquale eſſe 10 quadratis à quinta parte arcus BC, & rectam AQ duplam eſſe rectæ A *e*, & quadratum ab A*e* æquale eſſe 4 quadratis à quinta parte arcus BC, & proinde quadratum ab AQ æquale eſſe ſedecim quadratis à quinta parte arcus BC, & quadratum ab YQ æquale eſſe 8 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC; denique quadratum à CG ad quadratum ab YQ eſſe ut 10 ad 8.

Examinemus hæc jam per Regulam auream. Multiplicetur 8 in ſe, factus erit 64, qui diviſus per 10 facit quotientem $6\frac{2}{5}$ pro quadrato à Z*c*. Sed quadratum à Z*c* eſt quarta pars quadrati à toto arcu BC, ſive quarta pars 25 quadratorum à quinta parte arcus BC; & proinde erit $6\frac{1}{4}$ quorum CG quadratum eſt 10. Quare $6\frac{2}{5}$ & $6\frac{1}{4}$ debent eſſe æquales, nec ſunt. Differunt enim in ratione $\frac{2}{5}$ ad $\frac{2}{8}$, id eſt ut 8 & 5, & vel 16 & 10.

Rurſus, quadratum à Z*c* æquale eſt 10 quadratis à quarta parte lateris CG, & quadratum ab *h*L æquale eſt 8 quadratis ab eadem quarta parte lateris CG. Quare quadratum ab *e b* deberet eſſe æquale $6\frac{2}{5}$ quadratis à quarta parte lateris CG. Sed quadratum ab *e b* ſive A *e* oſtenſum eſt æquale $6\frac{1}{4}$ quadratis à quarta parte lateris CG. Itaque iterum reperitur diſſenſio ſimilis prioris.

Rurſus, quia quadratum à CG æquale eſt 10 quadratis à quinta parte arcus BC, quadratum ab *h*L ( quod eſt dimidium quadrati à CG ) erit æquale 5 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Sed quadratum ab *e b* oſtenſum eſt æquale eſſe 4 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Eſt ergo quadratum ab *h*L ad quadratum ab *e b* ut 5 ad 4. Fiat jam (juxta Regulam auream) ut 5 ad 4 ita 4 ad tertiam, eritque illa tertia $3\frac{1}{5}$ pro quadrato rectæ *m n*. Quoniam autem recta AO vel A*c* oſtenſa eſt media proportionalis inter arcum BC & ejus ſemiſſem, erit quoque *m n* (quæ eſt ſemiſſis rectæ AO ) media proportionalis inter arcum quadrantis deſcripti ab A*h* & ſemiſſem ejus, id eſt inter Z*c* & ſemiſſem ipſius Z*c*. Quadratum autem à Z*c* æquale eſt $6\frac{1}{4}$ quadratis à quinta parte arcus BC. Quadratum ergo ab *mn* æquale eſt $3\frac{1}{8}$ quadratis à quinta parte arcus BC. Differunt ergo rurſus eadem ratione qua ante. Præterea quadrata ab *eb*, *mn*, *k l*, quia ſunt in ratione quadratorum ab A *n*, A *l*, A *f*, id eſt in ratione quadratorum ab AZ, A*h*, A *e* habebunt eodem modo calculum Geometricum ab Arithmetico diverſum ſicut illa, nempe ut per Regulam auream quadratum ab A*k*, vel *k l* majus juſto ſit quanto majus eſt $\frac{2}{5}$ quam $\frac{1}{4}$ ſive $\frac{2}{8}$ unius unitatis.



Poſtremò, quia quadratum à CG ( 16 ) eſt ad quadratum à Z*c* ( 10, ut 16 ad 10, ſive ut 10 ad $6\frac{1}{4}$ quadratum ab *e b* ſive A*e* ( ut ante oſtenſum eſt ) erit $6\frac{1}{4}$, quod conſentit cum calculo Geometrico. Sed quadrata illa non ſunt immediata, quia interponuntur quadrata ab YQ & *h* L.

Neque mirum videri debet ſi calculus per Regulam auream producat numerum majorem quam calculus per ipſa plana Geometrica. Nam numerus eſt quantitates diſcretæ, in quibus una cum altera nihil habet commune, ſed tot revera ſunt res numeratæ quot numerantur. Quadrata autem hæc ſunt quantitas una continua, quæ ( cum habeant quatuor latera unumquodque non contigua ſed continua ) quoties multiplicantur, toties ſingula latera eadem numero numerantur, id eſt unumquodque latus multiplicatur, & proinde faciunt numerum quadratorum juſto majorem.

Hæc fuſè, & ( ut credo ) perſpicuè explicui, ut ſciant tandem Geometræ qui plana metiri conſueverunt per Regulam auream vel per Algebram, fruſtra ſe facere.

PROP.

## PROP. XI.

*Si à centro A ducatur recta A a dividens arcum PV bifariam, secansque latus CG in a, erit G a Tangens arcus 30 graduum.*

DUcatur recta O *o* parallela lateri AC, secans latus BA in *o*, & arcum BC in *r*, & ducta B *r* producatur ad latus CG, illa recta abscindet Tangentem 30 graduum, facietque cum GC angulum æqualem $\frac{2}{3}$ sive $\frac{8}{12}$ anguli recti. Rursus, quia duo arcus CV, LP sunt æquales, etiam totus arcus CL secabitur ab A *a* bifariam.

Est ergo angulus CA*a* quarta pars recti, & angulus C *a* A, sive BA *a* tres quartæ unius recti, sive $\frac{9}{12}$ unius recti, & angulus AB *r* æqualis $\frac{8}{12}$ unius recti.

Anguli autem C*a*A, & AB *r* faciunt $\frac{17}{12}$ unius recti.

Ergo producta recta B *r* donec occurrat ubicunque rectæ C*a*, faciet cum ea angulum æqualem $\frac{7}{12}$ unius recti. Nam $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$ & $\frac{7}{12}$ faciunt $\frac{24}{12}$ id est duos rectos, id est angulum æqualem omnibus simul angulis qui constitui possunt super unam rectam in quocunque puncto ad easdem partes.

Itaque producta B*r* incidet in *a*; & propterea G*a* æqualis est Tangenti 30 graduum.

*Coroll.* Recta G *i*, quæ ostensa est æqualis arcui BC, æqualis quoque est rectæ compositæ ex semidiametro circuli & Tangente 30 graduum.

Item A*i* quæ divisa est bifariam à *kl*, dividitur quoque bifariam à recta A*a*; & *a i* æqualis est lateri BA.

Item manifestum est quod B*a* Secans arcus 30 graduum, transit per *b*. Producta enim *eb* ad BG in *q*, erit B*q* æqualis A*e*; & *qb*, *q*G æquales; & cum BG plus G*a*, BG sive B*q* plus *qb*, & ipsa B*q* sint continue proportionales, erit ut B*q* ad *qb*, ita CG ad G*a*. Ducta ergo B*b* incidet in punctum *a*.





# DVPLICATIO CVBI

## PROP. XII.

*Latus Cubi Sphæræ circumscripti additum lateri cubi in eadem Sphæra inscripti rectam constituunt æqualem semiperimetro maximi in Sphæra circuli.*

CUbus enim Sphæræ circumscriptus habet pro latere BG. Est autem BG æqualis diametro Sphæræ Cubo inscriptæ, cujus latus est ipsa BG.

Quadratum autem à BG triplum est quadrati à G*a*. Latus ergo Cubi Sphæræ inscripti est ipsa G*a*.

Sed utrumque simul latus Cubi circumscripti & inscripti, nempe BG & G*a* ostensa sunt æqualia rectæ G*i*, quæ recta ostensa est æqualis arcui BC. Arcus autem BC æqualis est semiperimetro maximi circuli inscripti Cubo cujus latus est BG.

Recta A*s* quæ transit per intersectionem arcus CL & rectæ Z*c*, transit per cæteras omnes intersectiones arcuum & rectarum similes & inter se æqualium. Ostensum enim est, æquales esse inter se arcum CL, & rectam Z*c*.

Manifestum item est Cubum à CG duplum esse Cubi à Z*c*; & Cubum à Z*c* duplum esse cubi ab *eb*; & Cubum ab *eb* duplum esse Cubi à *kl*, sive A *k*.

Constat item, si in recta GH, quæ est dupla GC sumatur G*p* quæ sit dupla A*e* (cum G*i* sit dupla Z*c*) quatuor rectas GH, G*i*, G*p*, GC esse continuè proportionales. Itaque posito Cubum à GH esse 64, Cubus à G*i* erit 32, Cubus à G*p* 16, Cubus à GC 8, Cubus à Z*c* 4, Cubus ab *eb* 2, Cubus à *kl*, vel A*k* 1.

Item Sphæram medio loco proportionalem esse inter Cubum à sui ipsius diametro, & Cubum à quadrante perimetri circuli sui maximi.

Etiam latera quinque figurarum regularium in hac Figura 2ª distinguuntur sicut sequitur. Si centro P, intervallo PY vel PQ, describatur circulus, latus pentagoni circulo huic inscripti erit latus Icosaedri inscripti Sphæræ cujus diameter est O*o*, centrum *l*. Nam quadratum ab YP vel PQ æquale eſt quinque quadratis à quinta parte diametri *Oo* vel GC. Cum enim quadratum à GC æquale ſit 25 quadratis à quinta ſui parte, quadratum ab YQ æquale erit 20 quadratis à quinta parte ejuſdem GC vel O *o*. Ergo quadratum ab YP vel PQ, nempe quarta pars quadrati, ab YQ æquale eſt quinque quadratis à quinta parte diametri O *o*. Quare (*per* Euc. 13. 16.) latus Icoſaedri Sphæræ inſcripti cujus diameter eſt O *o* æquale eſt lateri Pentagoni inſcripti circulo cujus diameter eſt YQ.

Latus Cubi eidem Sphæræ inſcripti eſt recta G *a*, vel C *i*, nempe Tangens 30 graduum in Circulo cujus ſemidiameter eſt BC. Nam BC (ſive O *o*) triplum poteſt Tangentis 30 graduum, ideoque (per Euc. 13. 15) G *a* eſt latus Cubi inſcripti eidem Sphæræ.

Latus Dodecaedri in eadem Sphæra inſcripti eſt majus ſegmentum rectæ G *a* (id eſt lateris Cubi) extrema & media ratione ſecti (per Euc. 13. 17.)

Latus Tetraedri æquale eſt rectæ quæ ſubtendit angulum rectum in triangulo cujus utrumque latus circa angulum rectum æquale eſt lateri Cubi G *a*. Nam ſubtenſa illa duplum poteſt rectæ G *a*. Quare potentia diametri O *o* potentiæ illius ſubtenſæ erit ſeſquialtera. Itaque ſubtenſa illa eſt latus Tetraedri in eadem Sphæra inſcripti (per Euc. 13. 13.)

Poſtremò, latus Octaedri eidem Sphæræ inſcripti eſt A *l*, ſive chorda quadrantis, maximi in eadem Sphæra Circuli, cujus quadratum eſt dimidium quadrati ab O *o*; ideoque latus eſt Octaedri in eadem Sphæra inſcripti (per Euc. 13. 14.)

Contra libellum hunc prodiit nuper Geometriæ in Academia Oxonienſi Profeſſoris publici, typis Academicis Academiæ in prima pagina impreſſum habens ſigillum, Confutatio; nimirum, ut ſcirem certamen mihi fore contra Geometriam Academicam; ſcio, atque etiam contra Geometras hodiernos fere univerſos. Video adverſariorum magnum exercitum. Si non rationibus, ſed fuſtibus decernendum eſſet, metuerem. Nunc non metuo. Hoc volui. Dignum habere adverſarium, ſi non virtute, ſaltem numero volui; volui etiam Arithmeticam iſtam ſpecioſam provocare, ut cum præſtigias quas in Geometria facere ſolita eſt; ſimul omnes publicè oſtentaſſet, totum illud artificium detectum à Geometria in perpetuum ablegarem.

AD



## AD PROP. I.

Confitetur Profeſſor Academicus, ſi PQL; CYP. Sunt æqualia, totum Triangulum AYQ æquale eſſe Sectori ACL. Reprehendit quod non ſit Demonſtratum. Ego vero demonſtratione indigere apud Logicæ peritiſſimos non potui credere.

Secundò, *Satis* (inquit) *eſt ad confutationem Propoſitionis* meæ *disjunctivæ quod non ſit* à me *demonſtrata. Non enim ſibi* (dicit) *incumberè probare falſam eſſe, ſed mihi incumbere probare veram eſſe.* Vide, Lector, ingenium hominis Mathematici, etiam extra Geometriam. Mihine incumbit demonſtrare eſſe veram? Quid eſt demonſtrare præterquam docere? Meum ergo eſt docere Profeſſorem Publicum. Ille me accuſat falſi. Ad quem pertinet Probatio, ad Accuſatum an ad Accuſatorem? Egone doceam Profeſſorem hunc publicum? Qua lege, quo merito hominis maledici? Sed nunc faciam (puto) ut tum ille, tum ſequaces illius demonſtrationes meas intelligant melius quam vellent.

Tertiò, ut probet triangulum AYQ & Sectorem ACL non eſſe æqualia, aſſumit ut demonſtratum ab Archimede, Perimetrum circuli ad Diametrum in minore ratione eſſe quam 22 ad 7. Id vero neque ab Archimede demonſtratum eſt, neque illius methodo demonſtrari poteſt. Procedit enim per extractionem Radicum, aſſumitque Radicem numeri quadratorum in quadrato maiore contentorum, eſſe totius quadrati latus; quod eſt manifeſtè falſum. Nam Radix numeri quadratorum eſt numerus aliquis quadratorum, non aliter quam Radix 100 lapidum, eſt 10 lapides.

Contra Propoſitionis hujus Corollaria nihil objicit præterquam, Quod procedunt ex ſuppoſitione, *quod* PQL & CYP *ſunt tum inter ſe æqualia, tum ſimul ſumpta æqualia* PAV. Bene eſt. Quoniam ergo utraque hæc æqualitas ita manifeſtè demonſtrata, ut à nemine unquam refellenda ſit; tum Propoſitio ipſa prima, tum utrumque ejus Corollarium in tuto ſunt. Objectiones ejus contra propoſitionem ſecundam differamus, ut ad cæteras objectiones ejus quæ ad plana pertinent continuè reſpondeamus.

## AD PROP. III.

Contra hanc objicit, falſam eſſe propterea quod *labem contraxerit* ex Prop. 1. *Aſſumens quadratum ab* YQ *æquale eſſe Quadranti* ACB.

*Reſp.* Quoniam ergo ita clarè demonſtratum eſt ut dubitari amplius

I 2 non

non possit quin quadratum ab Y Q æquale sit quadranti, Propositio hæc cum sua demonstratione salva est.

## AD PROP. IV.

RVit (inquit) Propositio hæc quarta cum præcedente ex qua dependet, sicut & Corollarium ejus.

Respondeo veram ergo esse tum Propositionem, tum Corollarium ejus, quia Propositio præcedens manet inconcussa.

## AD PROP. V.

PRopositionem hanc quintam, nempe [Z *c* *b* L, *e b*, sive A Z, A *b*, A *e*, esse continuè proportionales] concedit esse veram.

Corollarium autem utrumque negat. Quorum primum est, *rectam* AQ *æqualem esse duplæ* e b.

Manifestum est Quadratum ab A *b*, duplum esse Quadrati ab A *e*, vel *a b*, sed Quadratum A *b*, æquale est Quadrato ab AY. Est autem Quadratum ab A Q duplum Quadrati ab A Y. Ergo Quadratum ab A Q quadruplum est Quadrati ab *e b*. Itaque recta A Q dupla est rectæ *e b*.

Secundum Corollarium erat [arcum Z *n*, ductum Radio AZ, terminatum in A G, & rectam A *a*. Secare rectam A O, in eodem puncto.]

Miror illum rem tam manifestam videre non potuisse.

Concessit enim ad Propositionem hanc) rectas Z *c*, *b* L, *a b*, sive AZ, A *b*, A *e*, esse continuè proportionales. Quomodo ergo videre non potuit easdem esse continuè proportionales, in ratione 5 ad 4, cum Quadratum ab AZ, ad Quadratum ab AY, id est Quadratum ab A *n*, ad Quadratum ab A *b*, sit ut 4 ad 5, atque etiam Quadratum ab A *b*, sit ad Quadratum ab AL, ut 4 ad 5, quomodo ignorare potuit, Quadratum ab AL, ad Quadratum ab A *c*, esse ut 4 ad 5; atque adeo omnes rectas A *n*, A *b*, AL, A *c*, AQ, AG, esse continuè proportionales, sicut & rectas omnes C G, Y Q, Z *c*, *b* L, *e b*, *m n*, A C, A Y, A Z, A *b*, A *m*, & proinde omnes ipsarum arcus secaturos omnes parallelas quemadmodum arcus C L, secat parallelam YQ in recta AO, ad P, vel ut arcus Y *b*, secat parallelam Z *c*, in AO, ad *d*?

Præterea quomodo videre non potuit, quod sicut AQ, dupla est *e b*, ita A *c*, dupla sit *m n*. Et AL, dupla *k l*, & proinde septem rectas AC, AY, AZ, A *b*, A *e*, A *m*, esse continuè proportionales, & duas AZ, A *e*, esse medias inter totam AC, & semissem ejus A *k*? Probatum ergo est hoc loco Cubum ab AC, duplum esse Cubi ab AZ, & Cubum ab AZ,





duplum esse Cubi ab *e b*, & Cubum ab *e b*, duplum esse Cubi ab A *k*.

Itaque perfectissime demonstratum est ex iis quæ ille concessit & omnes sciunt vera esse, id quod demonstrare ab initio propositum erat.

Videant nunc Geometræ omnes qui sunt vel erunt, an convellere hæc poterunt. Sin firma sint, videant an Argumenta Professoris, quæ hic & in sequentibus in contrarium adducit Arithmetica, digna sint responsione, & an Professor iste Demonstrationum in Geometria Judex idoneus fuerit, videant porrò si quæstio deinceps inter me & Arithmeticos de hac re, alia esse possit, quam de rationum numerorum in Geometria ineptitudine. Illis autem Professor Prop. 5. 7. 9. 10. 11. & 12 solis utitur.

## AD PROP. VI.

PRopositionem hanc absolvit. Sanæ ergo sunt cum suis Corollariis 1ª. 3ª. 4ᵗª. 5ᵗª. & 6ᵗª.

## AD PROP. VII.

SEptima est [Quadratum ab AZ, vel Z *o* æquale est decem quadratis à quartâ parte Radii] quam dicit esse falsam; & rectas AO, AZ, pro æqualibus sumptas esse gratis.

Tuum est, Lector, hoc dijudicare Quadratum ab A O æquale est quinque quadratis à dimidiâ G C, id est, quadratum ab A O est æquale viginti quadratis à dimidiâ G C. Nullum hîc dubium est. Quare, centro A, Radio A O, si ducatur arcus circuli secans A G in *c*, quadratum ab A *c* æquale erit 20. quadratis à quartâ parte G C, sive 20. decimissextis totius quadrati à G C, & propterea quadratum à Z *c* æquale est 10. decimissextis à G C.

Itaque, absurdè fecit Professor destruere conatus quod antè non modò confessus erat, sed etiam in Objectionibus suis ad quintam propositionem demonstraverat; nimirùm Z *c*, *b* L, *e b*, & proindè etiam A *c*, G L, A *b*, esse continuè proportionales. Non potuit enim non vidêre quadratum ab A L, sive ab A C ad quadratum ab A Y sive A *b*, esse ut 5. ad 4, Et per consequens, quadratum ab A *c* ad quadratum ab A L, esse etiam ut 5. ad 4, ideoque A O, A *c*, esse æquales.

Ex eo autem quod quadratum Z *c* æquale est 10. decimissextis quadrati GC, sequi (quod absque eo manifestum est) quadratum ab *b* L, æquale esse 8. decimissextis, sive dimidio quadrati à G C; Et per consequens etiam A *b*, A *e*, A *m*, A *k*, & præterea A C, A Z, A *e*, A *k*, esse continuè proportionales; quæ eſt duplicatio Cubi ex ipſius Profeſſoris conceſſis.

Sed eadem rurſus demonſtratione ſuâ evertit, cujus ſententia hæc eſt.

Si GC, diviſa ſit quinquefariàm, quadratum totius erit æquale 25. quadratis à parte ſui quintâ. Et quia recta A Z, vel Z $c$, eſt $\frac{4}{5}$ rectæ GC; quadratum à Z $c$, æquale erit $\frac{16}{25}$ quadrati à G C. Sed $\frac{16}{25}$ majus eſt quàm $\frac{10}{16}$.

Vera hæc eſſe agnoſco, & quadratum hoc numericum eſſe 25. quorum quadratum Z $c$ eſt 16, & ſingula diſtincta à ſibi proximis, tribus longitudinibus ſine latitudine, quarum (per Euclidem) duæ ſunt ipſorum quadratorum contiguorum termini, tertia eſt inter illos terminos media. Atque hæc à Geometrarum Principiis verè derivantur, quanquam aliquibus fortaſſe inepta videbuntur. Sed quomodocunque accipiantur, rationem continuam rectarum prædictarum A C, A Y, A Z, &c. non tollunt; & per conſequens neque duplicationem cubi, quæ ſuis ſtat Principiis; neque impediunt quin G $i$, ſive dupla Z $c$ ſit æqualis arcui B C, ut in Prop. 1. & 3. demonſtratum eſt.

Examinemus autem quadratum hoc numericum Profeſſoris. Quoniam (ut ſupponit) quadratum à Z $c$ eſt $\frac{16}{25}$ quorum quadratum à G C eſt $\frac{25}{25}$, & quadratum ab Y Q, $\frac{20}{25}$. Quadratum autem ab A $c$ $\frac{20}{16}$, quod minus eſt quàm $\frac{16}{25}$; erit A O major quàm A $c$. Eſt autem quadratum ab A G duplum quadrati à G C; erit ergò $\frac{50}{25}$, & quadratum ab Y Q, $\frac{40}{25}$, & quadratum ab A O $\frac{32}{25}$; Quæ rationes, nempe 5. ad 4. conveniunt cum rationibus rectarum A G, A Q, A $c$. Quare contra id quod demonſtrare voluit A O, A $c$ ſunt æquales.

Etiam falſum eſt quod quadratum ab A O, vel A $c$ æquale ſit $\frac{32}{25}$ quadrati à Radio.

Quadratum enim à Radio eſt 25. Ergò quadratum à ſemiradio eſt 6. $\frac{1}{4}$. Quare quadratum ab A O, eſt 31 $\frac{1}{4}$. Non eſt ergò quadratum ab A O $\frac{32}{25}$. Quadratis ab A G, A Q, A $c$, A L reſpondent numeri hi. 1250. 1000. 800. 640.

Quadratum (juxtà methodum meam) à Radio eſt 16. Quadratum ab A O 20. Quadratum ab A Q 25, & quadratum ab A G 31 $\frac{1}{4}$. Uterque ergò calculus Arithmeticus mei & illius, conſentiunt, quatenus rectè computatur; ſed ille (ut manifeſtum eſt) malè computavit.

Quadratum ergò (inquiet) ab A G, nonne duplum erit quadrati à Radio? Ita quidem duplum erit, ſed calculo arithmetico nunquam demonſtrabitur, propter differentiam inter continuam quantitatem & diſcretam.



cretam. Ad quam rem plura ex differentiâ illâ argumenta ſunt. 1°. Quod inter duos numeros raro interponi medius poteſt. 2°. Quia calculus Arithmeticus ſeparat quadrata per tres lineas (ut modò dixi) puras, $i$. nihilias, quas calculus Geometricus non recipit. 3°. Quia ex duabus rectis A Z, Z $c$, longitudine æqualibus, altera A Z verè & propriè eſt rectangulum, altera Z $c$ trapezium. Item rectæ omnes quæ vocantur latera triangulorum ſunt & ipſæ triangula. 4°. Et præcipuè quia Arithmetica nihilò magis pertinet ad Geometriam, quàm ad aliam quamlibet ſcientiam. In Geometriâ nulla eſt radix, nullum quotiens. Itaque, qui ex operationibus Arithmeticis Theoremata Geometrica demonſtrare velle didicerunt, operam & tempus perdiderunt.

Quantumcunque autem in numeris ſit quadratum ab A $c$, rectas tamen A Z, Z $c$ ſimul ſumptas æquales eſſe arcui B C, in præcedentibus ſatis demonſtratum eſt.

Cæterùm, erige animum Profeſſor. Nuntio enim tibi, niſi diagonalis A G & recta B $i$ ita ſe mutuò ſecent, ut ex quatuor partibus, maxima quæ terminatur in $i$ ſit ſecans 30. graduum ſumptorum in arcu B C; & proxima illi, quæ terminatur in G ſit ſinus arcûs 60. graduum in eodem circulo; & proxima huic quæ terminatur in B, ſit ſecans, arcûs 30. graduum in circulo cujus radius eſt B $q$, vel A $e$; Et minima quæ terminatur in A, ſit ſinus arcûs graduum 60. in eodem circulo, cujus radius eſt B $q$, vel A $e$; Omnia quæ in præcedentibus viſus ſum mihi demonſtraſſe, falſa eſſe. Dependent enim à præcedentibus nexu neceſſario, & facilè indè deduci poſſunt à mediocri Geometrâ. Accingere ergò ad ſpem novam, & Geometriæ tuæ nervos (ſi quos habet) intende omnes.

Quæres fortaſſe diſſenſionis inter calculum Arithmeticum & Geometricum quæ ſit cauſa, & meum eſſe dices (quæ eſt tua Iuſtitia) cauſam aſſignare. Redde prius gratiam debitam pro multis Problematibus quibus Geometriam jamdudum amplificavi. Non ſolet (inquies) fieri. Rectè hoc. Faciam ergo gratis.

Intelligatur Sector quadrantalis A B C dividi à rectis lineis ad centrum A numero quocunque ductis ſine latitudine. Horum Sectorum vertices erunt tot puncta, quot ſunt factæ partes totius Sectoris A B C. Quare angulus rectus B A C continebit tot Sectorum exiguorum vertices quot ſunt in quadrante A B C ſumptæ partes. Sectorum igitur horum exiguorum latera non concurrent in puncto A, ſed ipſum divident. Concurrent ergo extra A, nempe G A extra quadratum producta.

Poſita ergo A $c$ 32, recta ſumpta à puncto hoc extra quadratum indiviſibili, ſi fiat ipſi A $c$ æqualis, cadet infra $c$. Et huic addita $c$ Q cadet infra

infra Q. Et huic rursus addita Q G cadet infra G. Et tres illæ lineæ sunt æquales tribus A c, A Q, A G, & in eadem ratione.

Causa ergo quare calculus Arithmeticus differt à Geometrico hæc est, quod linearum sine latitudine nihilitas facit ut calculus Arithmeticus incipiat extra quadratum, & calculus Geometricus incipit in ipso quadrato ad punctum A.

Distantia autem quæ est inter A & concursum rectarum (latitudine carentium) in G A producta, erit in calculo Arithmetico *unitas*.

## AD PROP. VIII.

PRopositio 8ª hæc est [ viginti quinque Quadrata à quinta parte arcus B C, vel rectæ G i, æqualia sunt decem Quadratis à semiradio CO. ]

Falsum esse dicit, primò, quia arcus BC, non est æqualis rectæ G i.

Quoniam ergo in prima & tertia, æqualitas hæc aperte demonstrata est, tollitur hæc objectio. Secundò, quia Quadratum à G i, non est æquale decem Quadratis & semiradio.

Quia hoc etiam iterum demonstratum est ad quintam; & ostensum est ad septimam, argumenta ejus numerica omnia esse vitiosa, firmæ sunt $1^2$: $3^2$. $4^2$ $5^2$ $6^2$ $7^2$ & $8^2$.

## AD PROP. IX. X.

OBjectiones contra nonam & decimam refutatæ sunt in responsione mea ad septimam; unaque quæ in illius operibus sunt Geometrica (quæ quidem sua sunt) omnia confutata, ut quæ falsis Principiis innituntur.

## AD PROP. XI.

COntra undecimam, quæ hæc est [ si ducatur recta A *a*, dividens arcum P V bifariam, secans latus C G in *a*, erit G *a*. Tangens arcus 30 graduum. ] Primò supputationem suam objicit hanc; [ Est angulus C A *a*, $= \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$. Et A B *r*. $= \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$. unius Recti. Ergo C A *a*, $+$ A B *r*, sunt $\frac{11}{12}$ unius recti, non $\frac{17}{12}$. ] Vide Lector an dubitari possit, quin scribendum esset pro C A *a*, C *a* A, errorque esset Typographi, quem quidem in suo libro emendare, sed neque objicere, neque



neque recitare debuit Lector candidus. Quod autem ad Propositionem seriò opponit, hoc est; *quod punctum concursus rectarum* B *r*, & *A a*, *erit extra Quadratum.*

Bene est. At rectæ A *a* positio mutari non potest. Sed fieri (inquit) potest ut B *r*, producta non transeat per *a*, quia G *a*, major est quam vera Tangens 30 graduum. Cæterùm B *r*, concurrens cum A *a*, producta faciet angulum æqualem $\frac{7}{12}$ unius recti. Hæc ille. Concedit ergo rectam B *r*, ut vult productam, Secantem esse arcus 30 graduum in Quadrato descripto lateribus æquidistantibus à lateribus Quadrati A B G C. Quare à puncto concursus rectarum B *r*, & A *a* ducta Secans arcus 30 graduum in Quadrato exteriore, parallela erit rectæ B *r*, & propterea recta B *r*, producta incidet in *a*, quod negavit ille. Propositio ergo hæc undecima manet inconcussa.

Quod autem sequitur [ Tangens anguli graduum $\frac{22}{27}$ $\frac{1}{2}$ & Tangens graduum 30 simul sumptæ sunt toto Radio minores ] Affirmat ille falsò & sine demonstratione, confidens Tabulis Secantium, sinuum & Tangentium, quæ falsæ sunt, ut quorum calculus dependet ab extractione Radicum Quadratarum, quæ non sunt latera Quadratorum, neque omnino lineæ. Nam in Quadrato A B G C, quatuor sunt Quadrata à recta C O. Si ergo ex 4 extrahatur Radix; erit illa Radix duo. Duo quæ? Non sunt duo Nihila. Quæ sunt ergo res illæ duæ? Non sunt duo Caballi. Sunt ergo duo Quadrata, quorum Quadratum A B G C est 4. Sunt autem illa duo (Radix illorum quatuor) æqualia rectangulo A O, quare Radix Quadrati ab A C est A O, quam Radicem, Geometræ mixti sumunt pro latere A C.

Quod autem Tangens 30 graduum una cum recta G L æqualis sit Radio C G, manifestum est, ex eo quod A *a*, dividit Sectorem A C L bifariam. Nam si ducta intelligatur recta L *a*, erunt C *a*, & L *a*, æquales, & angulus G L *a*, rectus, & propterea (quia angulus *a* G L est semirectus erunt G L, L *a*, æquales. Quoniam ergo G *a*, & *a* C simul sumptæ sunt æquales Lateri C G, etiam G *a*, & G L, simul sumptæ æquales sunt eidem G C. Quanta antem G L vel C *a*, sit in numeris non examinabo, cum sciam esse incertum ab ipsa Tabularum constructione falsa.

## AD PROP. XII.

PRopositio duodecima est [ Latus Cubi Sphæræ circumscripti additum lateri Cubi in eadem Sphæra inscripti rectam constituit æqualem Semiperimetro maximi in Sphæra Circuli. ]

Negat hanc esse veram, quia Quadratum (inquit) à B G non est triplum Quadrati à G *a*, propterea quod B *r*, producta non transibit per *a*.

Huic objectioni responsum est in responsione ad objectiones proximè superiores.

Negat deinde rectam A *s*, transituram per omnes inter sectiones arcus Z *n* cum *b* L &c; eo quod A C, A Y, A Z, A *b*, &c: non sunt continuè proportionales.

Sed proportionales esse ad Prop. 5 iterum demonstratum est. Possem etiam (si vellem tanti emere maledicta,) demonstrare quod recta ducta per D & G transiret per *s*, atque ductam B *s*, æqualem esse rectæ Y Q. Item rectam A O mediam esse Proportionalem inter totum arcum B C, & dimidium ejusdem, B L. Sed relinquo hæc Professori Saviliano demonstranda.

Quarto, negat Cubum à Z *c*, duplum esse Cubi ab *e b*, quia non sunt (inquit) C G, Z *c*, *e b*, *k l*, continuè proportionales.

Ego vero eas esse continuè proportionales demonstravi iterum ab Prop. 5.

Omnes ergo Propositiones meæ (Excepta secunda) à Professore publico incolumes sunt.

## AD PROP. II.

IN secundâ, ut nunc editâ, inventus est Sphæræ æqualis Cubus, nisi & hanc confutaverit Professor. Triumphabit tamen quod nisi ille priorem reprehendisset à me inventus non fuisset. Et profectò, si ille postquam errorem meum detexisset, etiam correxisset, id est, Cubi ad Sphæram rationem invenisset, in partem aliquam hujus laudis, venire potuisset. Sed illi impossibile hoc erat, propterea quod rationem inventam Circuli ad Quadratum & demonstratam, intelligere non potuit.

In demonstratione secundæ Propositionis priore, confiteor me errasse; sed errorem quem? Non qui à vitiosis Principiis ortus cætera etiam omnia corrumperet, sicut ille; nec ab ignorantia Problematum eminentissimorum quæ demonstrata sunt jam olim ab Archimede aliisque veteribus, sed ab eo, quod cum viderem quantum Quadrati Q R S T erat extra Circulum B C D E, tantumdem Circuli esse extra Quadratum, contemplans Plana in Sublimi, pronuntiavi securiùs quam oportuit idem de Sphæra & cubo. Neque est cur erubescam confiteri errorem meum, quem correxi ipse. Facile erat non modo Professori, sed etiam cuilibet mediocri Geometræ, qui animum ad Diagramma applicaret cognoscere, quod Planum



Planum per latus R S Quadrati Q R S T, in fig. prima ductum, abscindit à Sphæra non solidum sub Q R & Plano P C θ, sed Sphæræ Segmentum. Mirum ergo non est, nec laude aliqua Artis aut ingenii dignum hoc vidisse. Diligentia sola opus erat, quæ invidis & malevolis nusquam deest. Neque tamen ego indiligens omnino eram. Nam libelli mei exemplaria pauca sine dedicatione in publicum emisi, ut objectionibus Geometrarum cognitis, quicquid errassem (quemadmodum feci) emendarem, in quo mihi benè, correctoribus meis successit male.

## *Ad Professoris Epilogum.*

PUgnavit Professor in præcedentibus de Castello quodam in Geometria uno, & infeliciter. In Epilogo autem triumphos suos præteritos de cæteris ejus partibus annumerat, quas in operibus meis, non rectè tractatas antehac à se refutatas esse dicit. Quare autem? Quoniam *Monitione* (inquit) *opus esse videbatur qualis fuerim, ne magni nominis obtentu, aliis fraudi essem.* Non videntur mihi quæ hic dicit bene cohærere. *Ne aliis* (inquit) *fraudi essem.* Quibus aliis? An Geometris? At valde pauci aut nulli omnino sunt, præter discipulos vel condiscipulos illius, qui iisdem utuntur Principiis quæ modo absurda esse docui. Illi ergo non magis monitione opus habuere quam Professor ipse. Quos ergò monuit nisi illos qui ratiocinari quidem potuerunt, Geometriam autem nondum docti erant. Hos monuit, id est homines liberali ingenio præditos, Radicum Geometricarum, & Symbolographiæ nescios, sed ratione naturali, ne summis quidem Geometris inferiores monuit. Hi erant, apud quos magnum mihi nomen esse Professori videbatur. Vide (Lector) Invidiam hominis Theologi. Quod viri boni de me non male sentiant, valde lætor; nam, ut nomen magnum mea ipsius prædicatione mihi compararem, aut ille sibi arrogantia sua, impossibile est. Est ergo aliquid in operibus meis propter quod nomen meum magnum est, quod in illius non est. Itaque Iudicantibus viris liberis prudentibusque, victum se esse confitetur. Sed unde accidit ut Professor qui nomen meum magnum esse putat, suum esse non putat; cum toties me prostraverit? Conquereretur forte de ignorantia judicantium. At cur non magnum nomen habet ille apud Algebristas? Quia impossibile erat. Sunt enim omnes ferè inter se æquales. Imò sunt inter illos aliqui qui celeritate ingenii Professorem longe superant & multo plures veritates in eodem tempore quam ille confutare possunt.

Quomodo autem necessarium erat in Quæstione Mathematica admonere quemquam *Qualis fuerim*? Dicere qualis fuerim, non est meum.

Qui converſatione mea uſi ſunt frequenter, illi dicant. Ego dicam tantum qualis non fuerim. Bellum erat civile; Ego in partibus contra Regem nunquam fui. Ego Epiſtolarum neque Regis, neque cujuſquam qui à Rege ſtetit arcana aperui, aut inimicis prodidi. In lege Amneſtiæ quæ ſequuta eſt flagitium meum nullum nominatur. Ego illum non laceſſivi, tantummodo reſpondi, ita ut commoveretur; quod flagitium non eſt. Conqueritur ſicut puer, quia non vincit; cum tamen ſui ipſius culpa ſit, quod non videatur multis eſſe doctus. Auſculta paucis ( ô Profeſſor Academice ) ſi vis eſſe aliquid, fac ut quæ ſcribis à quamplurimis intelligantur. Cave ergo à Symbolographia, niſi ſiqua omnibus cognita fuerit. Utilis fortaſſe eſſe poteſt tibi ipſi in muſæo tuo; ſed in populo, & extra Sectam tuam ( Sectam dico Mathematicam ) incantationis & impoſturæ ſimilis eſt. Recipe in animum tuum per cogitationem vehementem rerum ipſarum, non literarum aut ſonorum imagines. In ſcientiis ſequere rationem naturalem, ſperne authoritatem Magiſtrorum. In vita civili ſequere authoritatem publicam, ſperne rationem privatam. Hoc ſi ita feceris, ſi non ditior, eruditior tamen fies. Opuſcula illa tua, *Elenchum Geometriæ Hobbianæ*, *correctionem debitam*, *puncti diſpunctionem*, *Hobbium Heautontimorumenon*, ne magni æſtimes; nam puerilia, ruſtica, indocta, inficeta ſunt. Neque ea ego quæ ad tua Reſpondi, digna cenſeo quæ à poſteris legantur. Permitte maledicta emori Theologe. Ex Geometricis meis quæ durare vellem, & per te non peribunt, hæc ſunt 1°. Quadratura circuli. 2°. Cubatio Sphæræ. 3°. Duplicatio cubi. 4°. Inventio mediarum quotcunque inter duas rectas datas. 5° Diviſio Anguli dati in ratione data. 6° Inventio centri gravitatis ſemicirculi. 7° Doctrina rationum tota. 8° Scabiei quam Geometriæ affricuerat Arithmetica ( quod meorum operum maximum eſſe judico ) deterſio. Laſſeſco jam, vale Lector, & tu quoque vale Profeſſor Saviliane, & fruere unius & apertæ reprehenſionis gloriola tua, ſine invidia.

F I N I S.